



TITLE:

空間構造と空白サイトを考慮した 進化ゲーム (第4回生物数学の理論 とその応用)

AUTHOR(S):

関口, 卓也; 中丸, 麻由子

CITATION:

関口, 卓也 ...[et al]. 空間構造と空白サイトを考慮した進化ゲーム (第4回生物数学の理論とその応用). 数理解析研究所講究録 2008, 1597: 185-190

ISSUE DATE:

2008-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/81730>

RIGHT:

空間構造と空白サイトを考慮した進化ゲーム

関口 卓也・中丸 麻由子
東京工業大学大学院社会理工学研究科

Takuya Sekiguchi & Mayuko Nakamaru
Department of Value and Decision Science, Tokyo Institute of Technology

1. 序論

協力行動は相手の利益を上げるために自分の利益を下げてしまうため、進化の過程で淘汰されてしまいそうであるが、実際は人間をはじめ様々な生物で観察されている。協力行動の進化を説明するメカニズムとして、血縁選択、直接互惠性、間接互惠性、グループ選択、空間構造、利己的行動への罰行動がある (e.g. Nowak, 2006)。

Nakamaru & Iwasa (2005, 2006) は、空間構造として格子モデルを用いたときの罰行動と協力行動の共進化条件について調べた。その研究では、すべての格子点上に必ず個体が存在すると仮定している。一方本稿では、次のような理由から、格子点上に必ずしも個体が存在するとは限らない、つまり「空白サイト」が存在し得るモデルを構築した (Sekiguchi & Nakamaru, in prep.)。

第一に、罰行動の効果についてである。Nakamaru & Iwasa (2005, 2006) は、とりわけ格子モデルにおいて、罰の効果が高いために環境下では、罰行動が、近隣にいる利己的な個体の利得を減らし利他的な個体が増殖する余地を増やすため、協力的罰行動の進化が促進されることを発見した。しかしながら、近隣サイトに空白がある場合に、罰の効果にどのような影響がみられるのかは必ずしも自明ではない。

第二に、ネットワーク構造に関するものである。Sekiguchi & Nakamaru (in prep.) のモデルの場合、空白サイトが存在するために、各個体間で近隣個体数が不均一になるようなネットワーク構造が協力行動や罰行動の進化に与える影響を分析することが可能になる。

第三に、空白サイトは「ゲーム不参加」という戦略の表現とも解釈できるため、Hauert *et al.* (2002) による loners と呼ばれる戦略の研究とつながる。

2. モデルの説明

2. 1 戦略と利得

Sigmund *et al.* (2001) や Nakamaru & Iwasa (2005, 2006) と同様に、本稿でも 4 つの戦略の進化ゲームを考える。AP (Altruist Punisher) は誰に対しても協力するが、利己的個体には同時に罰をする。AN (Altruist Non-Punisher) は誰に対しても協力するが、罰はしない。SP (Selfish Punisher) は誰にも協力しないが、利己的個体には罰をする。そして、SN (Selfish Non-Punisher) は誰にも協力せず、罰もしない行動である。

次に 2 者間のゲームについて説明する。SN は何もしないため、相手も自分も利得の増減はない。AP、AN は協力コスト ($-c$, $c > 0$) をかけて相手に利益 (b) を与える。AP、SP は、相手が SP、SN の場合は罰のコスト ($-q$, $q > 0$) をかけて SP、SN を罰する。その際、SP、SN は罰金 ($-p$, $p > 0$) を払うことになる。Altruist 同士であれば、利得は $b - c$ となる。表 1 はこれをまとめたものである。

個体は 4 戦略のうちのいずれかの戦略を採用している。個体は格子点上に存在しているとする。また、空白格子点も考慮する。個体は von Neumann 近傍での最隣接格子点にいる個体とそれぞれ表 1 のゲームを行い、利得の総和が次章で説明する更新ルールに影響を及ぼす。本稿では、原則として AP と SN の 2 戦略に重点を置いて進化ゲーム解析結果について紹介する。

表1 2者間のゲームの利得

自分	相手			
	AP	AN	SP	SN
AP	$b-c$	$b-c$	$-c-q$	$-c-q$
AN	$b-c$	$b-c$	$-c$	$-c$
SP	$b-p$	b	$-q-p$	$-q$
SN	$b-p$	b	$-p$	0

2. 2 更新ルール

進化ゲームでは世代交代の時の更新ルールを考える必要がある。本稿では Nakamaru & Iwasa (2005, 2006) と同様、2種類の更新ルールを考慮して、更新ルールと格子上の空白の存在が進化動態に与える影響をみていく。更新ルールの一つに Score-dependent viability model (viability model) がある。これは、個体の利得が生存率に影響するが、増殖率には影響せずにランダムに増殖するという更新ルールである。もう一つは、個体の死亡はランダムであるが、利得が増殖率に影響すると仮定する。これを、Score-dependent fertility model (fertility model) と呼ぶ。

Sekiguchi & Nakamaru(in prep.) は空白サイトの存在を考慮して、E-viability model と E-fertility model の2つ更新のルールを考えた。E-viability model では、まず全体から1サイトを選ぶ。(i)そのサイトに個体がいれば周囲の個体とゲームをさせ、その利得から死亡率を計算し、個体が死亡するかを判定する。もし死亡したら、その個体がいいたサイトは空白になる。(ii)そのサイトが空白であったら、周囲から1サイトをランダムに選び、そのサイトのコピーが入り込む（その際、空白に空白が入るということもありえる）。なお、死亡率の関数として、 $\alpha \times \exp(-\beta \times (\text{Score}))$ を使用した (Score は2者間ゲームの総利得である。また、値が負にならないように底上げしている)。E-fertility model では、全体からランダムに1サイト選ばれ、そのサイトの個体が死亡する。そのサイトには周囲の個体のコピーが各個体の利得に比例した増殖率に従って入る。

3. 結果

3. 1 E-viability model

下の円グラフは、AP と SN の初期頻度を等しくし、 b や p に様々な値を代入したうえで個体ベースシミュレーションを遂行した。その結果、空白サイトの存在を考慮した場合、協力戦略が進化するか否かが、 p のみならず b の値にも依存することが分かった。

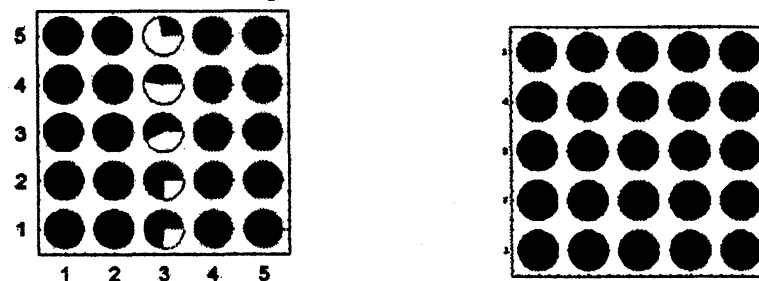


図1: viability model(左:Nakamaru & Iwasa (2006)より)と E-viability model (右:Sekiguchi & Nakamaru in prep.) の比較。横軸に p の値を、縦軸に b の値をとり、100回中どの戦略が何回勝ったかを円グラフにより示している。

黒が SN、灰色が AP の勝った回数を示す。なお、初期頻度は、左図が AP : SN = 0.5 : 0.5、右図が AP : SN : empty = 0.4 : 0.4 : 0.2 であり、 $\alpha = 0.9$ 、 $\beta = 0.1$ を用いた。

3. 2 E-fertility model

AP と SN の初期頻度を等しくし、 b や p に様々な値を代入したうえで個体ベースシミュレーションを遂行した結果、先行研究との顕著な違いは見られなかった。

しかしながら、AP の頻度を減らし、代わりに AN の頻度を上げた結果をみると、 b の値が低い領域において、SN が勝つ回数が増えていることが見て取れる(図 2)。

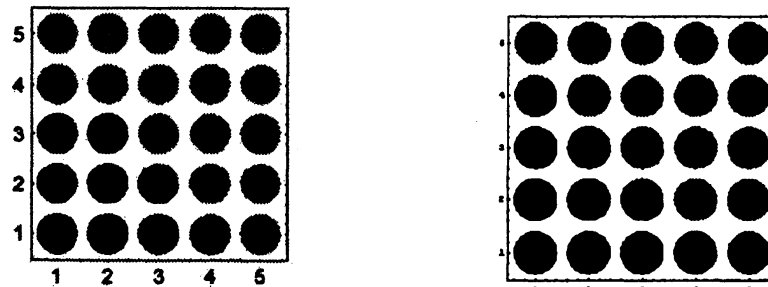


図 2: fertility model(左:Nakamaru & Iwasa(2006)より)と E-fertility model (右:Sekiguchi & Nakamaru in prep.)の比較。横軸に p の値を、縦軸に b の値をとり、100 回中どの戦略が何回勝ったかを円グラフにより示している。黒が SN、灰色が AP+AN の勝った回数を示す。初期頻度は、左が AP : AN : SN=0.1 : 0.4 : 0.5、右が AP : AN : SN : empty=0.08 : 0.32 : 0.4 : 0.2 であり、 $\alpha=0.9$ 、 $\beta=0.1$ を用いた。

4. 結果への直観的な説明

4. 1 E-viability model

図 3 は、それぞれ AP(灰色)が勝ったときと、SN(黒)が勝ったときとの空間構造のスナップショットである。ここから見て取れるように、AP のクラスターにはあまり空白が入り込んでいないが、SN の方は空白がクラスターを巣食っているかのような状態になっている。この点に注目すると、次のような説明が可能になるであろう。

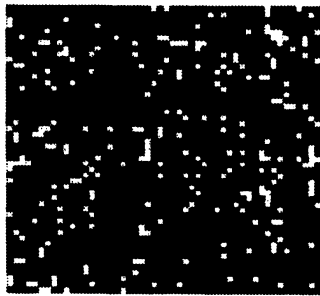


図 3 (a) 3000 世代目の格子パターン
初期分布は以下の通り

AP : AN : SP : SN : empty
=0.24 : 0.16 : 0.32 : 0.08 : 0.20
パラメータは $b=4$, $p=2$,
 $\alpha=0.9$, $\beta=0.1$ である。



図 3 (b) 700 世代目の格子パターン
初期分布はそれぞれ以下の通り

AP : AN : SP : SN : empty
=0.08 : 0.32 : 0.32 : 0.08 : 0.20
パラメータは $b=3$, $p=2$,
 $\alpha=0.9$, $\beta=0.1$ である。

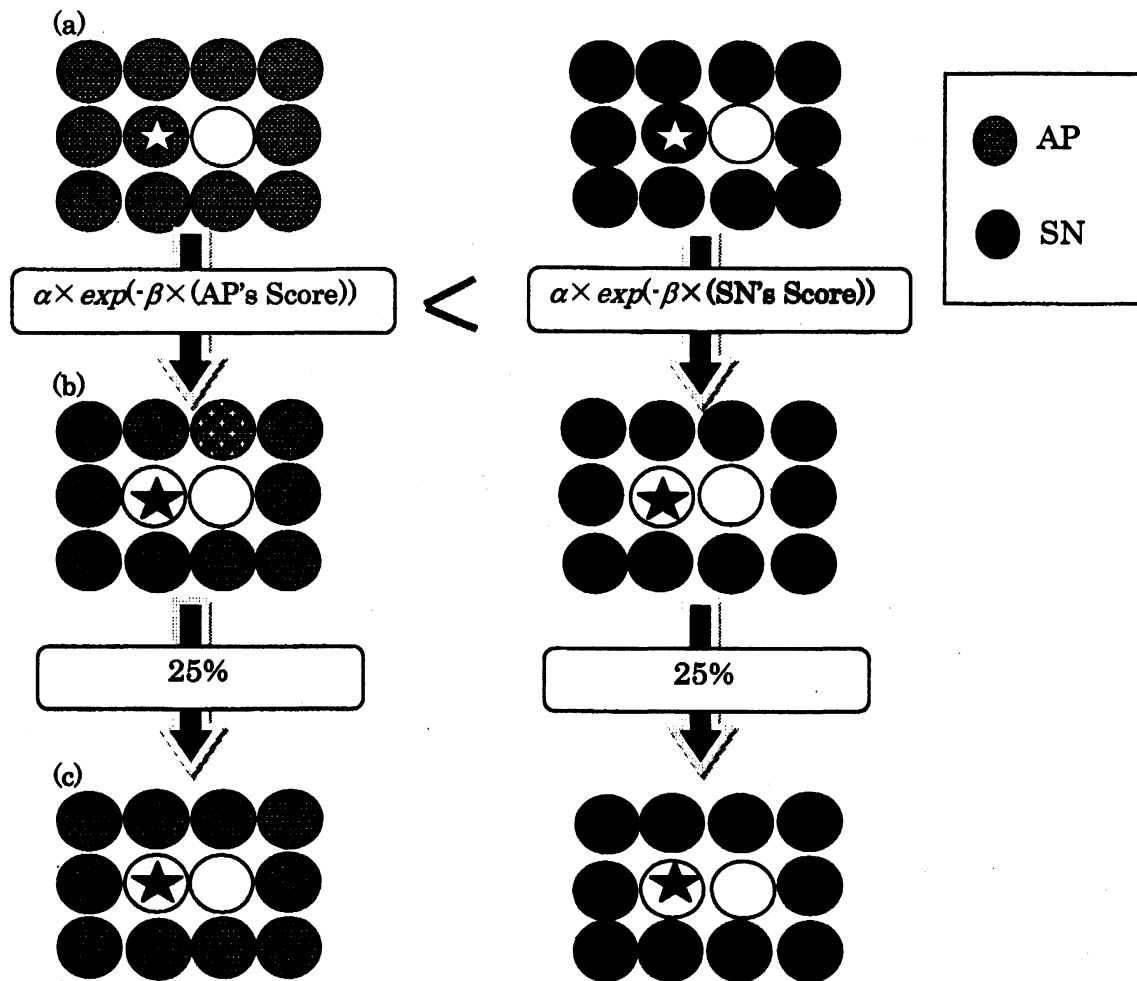


図4 E-viability モデルの進化動態が viability model と結果が異なる理由

E-viability model で新たに見られた傾向は、仮に p が低くても、 b が高い領域では AP が勝つ領域が増えたという点である。以下の説明では b が高いことを前提とする。図4は、クラスター出現後の viability model の状況を単純化したものである。(a)の状態において、あるステップで、「星印(☆)」が表記された個体が選ばれたとする。その際、この個体が死亡して (b) の状態に推移する確率は、SN のクラスターの方が高い。なぜなら、AP の方はクラスター内で互いに利得を高め合うためである。また、別のステップで、(b) から (c) に推移する、すなわち空白サイトが空白のまま維持される確率は、von Neumann 近傍を考えているため $1/4$ である。これらのことから、クラスター内を空白ができないように維持できるか否かは、死亡率の高低に依存することが分かる。Nakamaru & Iwasa (2005, 2006) が、格子上の viability model における協力的罰行動の進化は、 p の値にのみ依存することを示した一方で、先に示したように Sekiguchi & Nakamru (in prep.) は、空白サイトを考慮すると、 p のみならず b にも依存することを見出し、この傾向は、死亡率関数における α を大きくするとより顕著になることを示した。このことから、以上の説明は妥当性があるといえる。

4. 2 E-fertility model

E-fertility model で新たに見られた傾向は、 b が低い領域では SN が勝つ領域が増えたという点である。以下の説明では b が低いことを前提とする。まずは、クラスター内の状況に限定して分析する。E-fertility model では、 b の値が低い環境下では、クラスター内に空白ができないように維持できる力は、AP のクラスターと SN のクラスターの間で大きな差はないといえる。なぜなら、死亡する個体の選択はランダムであるし、 b が低いため、AP 同士が利得を高め合うことができず、SN、空白、それぞれの利得とほぼ同じになるので、繁殖率にもあまり差が出ないからである。

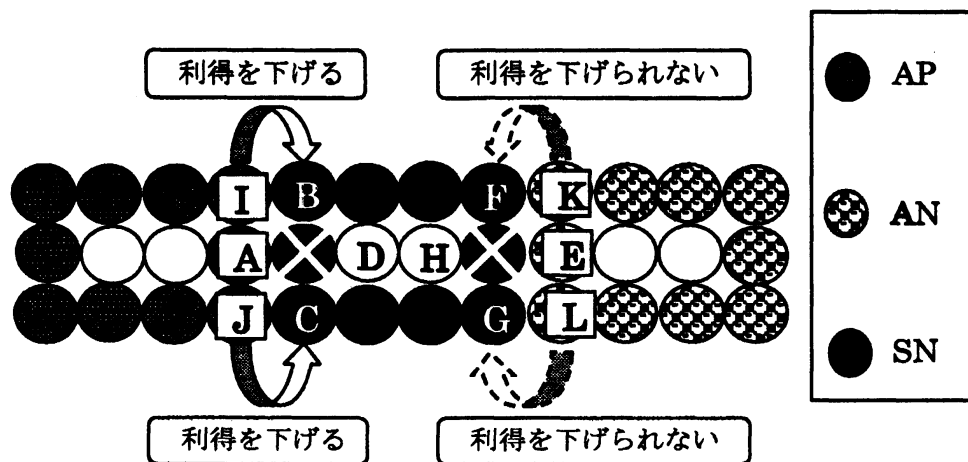


図5 E-fertility model の進化動態が fertility model と結果が異なる理由

したがって、クラスター間の境界線上の攻防に注目する必要がある。 b が低い環境では、AP 同士が利得を高めあうことができないので、図5で示されるように、AP が勝つには SN に対して罰行動をとることで、相対的に増殖率で優位に立たなくてはならない（図5の×印がついた個体が死亡した後、AP 戦略をとっている I, J が B, C に対して罰行動をとることで、A が相対的に増殖しやすくなるということである）。一方で（図では明示していないが）、空白サイトに対しては罰が効かないため、その分だけ AP が存在する余地がなくなることになる。ということは、 b が低い値であると仮定した場合、空白サイトを考慮しない場合よりも、利他行動の進化には、より強い罰の効果が求められるということの意味する。こうしたことから、AN の初期頻度を高めることで SN の進化が空白なしのモデルよりも促進されたのは、AN が罰をしないという意味での二次のフリーライダー問題が生じた結果、利他的な個体が進化しにくくなったためであるといえる（図5でいえば、AN 戦略をとっている K, L は F, G に罰行動をとらないので、E~H の個体間で利得の差があまりなくなる。その結果、AN が全くいない状態に比べ、SN にとって有利な環境になるということである）。

5. まとめと今後の課題

冒頭でも述べた空白サイトがもたらす罰行動の効果への影響という観点から、これまでの結果をまとめてみよう。

格子上のゲームで協力的罰行動が進化するか否かは、Viability model では、 p のみに依存していたが、E-viability model では、 p と b に依存する。Fertility model と E-fertility model とでは p と b に依存するという点は両モデルで共通するが、E-fertility model では b が低い環境下で協力的罰行動が進化しにくく、その原因が、より罰行動が必要とされる環境下での二次のフリーライダー問題であることが分かった。

ところで、進化ゲームは文脈に応じて様々な解釈が可能であるが、例えば E-viability model の結果を、「協力的な個体で囲まれた個体は、利得が高いためゲームをやめる理由がないが、利己的な個体が周囲にいる場合は、利得も高まらないのだからゲームに参加しないプレイヤーの真似をする者も増える」というように社会的学習の観点から解釈することで、本稿の関心のひとつであるゲーム不参加者が系に及ぼす影響に関する議論にも繋げられよう。

今後の課題としては、様々なネットワーク構造をもった集団での協力的罰行動の進化という文脈において、このような空白サイトの存在がいかなる帰結をもたらすのかを探ることなどが挙げられるだろう。

なお、ランダムマッチングを想定した場合の空白サイトモデルに関しては、侵入可能性について数理解析が可能であり、空白サイトの存在を考慮しない場合とは異なる結果が得られることが分かっている。また、本稿では突然変異の影響などについても言及しなかった。これらの詳細については、Sekiguchi & Nakamaru (in prep.) を参照されたい。

【参考文献】

Hauert, C., De Monte, S., Hofbauer, J., Sigmund, K., 2002. Volunteering as Red Queen Mechanism for Cooperation in Public Goods Games. *Science* 296, 1129-1132.

Nakamaru, M., Iwasa, Y., 2005. The evolution of altruism by costly punishment in the lattice-structured population: score-dependent viability versus score-dependent fertility. *Evol. Ecol. Res.* 7, 853-870.

Nakamaru, M., Iwasa, Y., 2006. The coevolution of altruism and punishment: Role of The selfish punisher. *J. Theor. Biol.* 240, 475-488.

Nowak, M. A. 2006. Five rules for the evolution of cooperation. *Science* 314, 1560-1563.

Sekiguchi, T., Nakamaru, M., (in preparation).

Sigmund, K., Hauert, C., Nowak, M. A., 2001. Reward and punishment. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 98, 10757-10762.